

УДК 532.517.4

ПРИМЕНЕНИЕ ОБРАТНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

© 1998 г. А. В. Гарбарук, Ю. В. Лапин, М. Х. Стрелец

Санкт-Петербургский государственный технический университет

Поступила в редакцию 14.07.97 г.

Проведено сопоставление возможностей классического прямого и так называемого обратного методов решения уравнений турбулентного пограничного слоя применительно к задаче тестирования моделей турбулентности. В рамках прямого метода предполагается, что из эксперимента известно распределение скорости вдоль внешней границы пограничного слоя, а в рамках обратного – заданным из эксперимента считается продольное распределение толщины вытеснения. Показано, что обратный метод, который в отличие от прямого не требует задания продольного градиента скорости на внешней границе пограничного слоя, позволяет получить более объективную (свободную от произвола при задании исходных данных) информацию о возможностях тестируемых моделей турбулентности. С помощью этого метода проведено детальное исследование возможностей широкого круга алгебраических, полудиференциальных и дифференциальных моделей турбулентности при расчете пограничных слоев с положительным, отрицательным и знакопеременным градиентами давления, и сформулированы выводы относительно достоинств и недостатков отдельных моделей.

Введение. Калибровка и тестирование полуэмпирических моделей турбулентности, т.е. определение значений входящих в них эмпирических констант и оценка их адекватности и границ применимости путем сопоставления результатов расчетов с экспериментальными данными, являются необходимыми этапами разработки новых и оценки возможностей уже существующих моделей. При проведении таких исследований необходимо, если не исключить полностью, то максимально снизить вычислительные погрешности, присущие любому численному решению. То же требование относится и к экспериментальным данным, особенно к тем из них, которые используются в качестве граничных условий или замыкающих соотношений при проведении расчетов. Хотя современные полуэмпирические модели претендуют на возможность описания достаточно широкого класса сложных турбулентных течений (с отрывом и присоединением потока, существенной кривизной линий тока, резким изменением условий на обтекаемой поверхности и т.д.), по указанным выше причинам обязательным этапом тестирования любой модели турбулентности является оценка ее возможностей при расчете относительно простых канонических турбулентных течений. Применительно к пристенным течениям таким обязательным тестом является расчет турбулентного пограничного слоя на твердой поверхности. Это связано с тем, что современный уровень развития вычислительной техники позволяет без особого труда получить практически точные (свободные от вычислительных погреш-

ностей, связанных с грубостью сеток) решения уравнений пограничного слоя, в то время как для более сложных течений, описываемых двумерными и, тем более, трехмерными уравнениями Рейнольдса, это остается весьма сложной и трудоемкой задачей. Кроме того, даже это “простейшее” течение с физической точки зрения является достаточно содержательным, так как характеризуется рядом сложных эффектов. Например, адекватное описание влияния сильных продольных градиентов давления на структуру и основные характеристики турбулентного пограничного слоя оказывается непосильной задачей для многих известных моделей турбулентности. Поэтому прежде чем переходить к оценке возможностей моделей при расчете сложных течений, необходимо их предварительное тестирование применительно к течениям типа пограничного слоя, для которых накоплен обширный и достаточно надежный экспериментальный материал.

Проблема объективного сопоставления численных решений с экспериментальными данными остается актуальной и для течений типа пограничного слоя. Причина этого состоит в следующем.

В теории пограничного слоя предполагается, что скорость на внешней границе пограничного слоя, значение которой необходимо для задания граничных условий, и ее продольный градиент, входящий в уравнение движения, должны быть найдены независимо из решения уравнений Эйлера для невязкого обтекания рассматриваемой поверхности. При таком подходе отмеченные выше

вычислительные преимущества приближения пограничного слоя по сравнению с полными уравнениями Навье–Стокса (Рейнольдса) значительно уменьшаются, так как само решение уравнений Эйлера представляет достаточно сложную задачу. Кроме того, такой подход, вообще говоря, требует применения специальной итерационной процедуры по толщине вытеснения пограничного слоя [1], позволяющей учесть обратное влияние пограничного слоя на невязкий поток. Наряду с этим для проведения описанного расчета необходимы сведения о геометрии обтекаемой поверхности всего течения в целом, которые, как правило, отсутствуют в экспериментальных работах по измерению характеристик пограничного слоя. В связи с этим при тестировании моделей турбулентности в рамках приближения пограничного слоя описанная процедура не применяется и в качестве граничных условий на внешней границе пограничного слоя задаются соответствующие величины, измеренные в эксперименте. Точно так же (по экспериментальным данным) определяется и входящий в уравнение движения градиент продольной скорости. Последнее обстоятельство может приводить к значительным неконтролируемым погрешностям расчета. Это связано как с асимптотической природой уравнений пограничного слоя (понятие конечной толщины слоя является условным и трудно определяемым в экспериментах, когда течение в невязком ядре потока является существенно двумерным или даже трехмерным), так и с необходимостью вычисления производной скорости на внешней границе по продольной координате dU_e/dx по экспериментальным точкам для $U_e(x)$, что сопряжено с большими погрешностями и элементом субъективности, связанным с использованием различных способов “сглаживания” экспериментальных данных. О серьезности описанных трудностей косвенно свидетельствуют многие опыты, по исследованию пограничных слоев с сильным положительным (неблагоприятным) градиентом давления (см., например, работы [2, 3]), в которых существенно нарушалось интегральное уравнение импульса Кармана

$$\frac{d\theta}{dx} + \frac{dU_e/dx}{U_e}(2\theta + \delta^*) = \frac{C_f}{2}, \quad (1)$$

где θ и δ^* – интегральные толщины потери импульса и вытеснения пограничного слоя; C_f – коэффициент трения.

На первый взгляд, это исключает возможность совпадения результатов расчетов пограничного слоя с указанными экспериментальными данными независимо от вида модели турбулентности, используемой в расчетах, и дает основания для сомнений относительно справедливости классических уравнений турбулентного пограничного слоя. Например, в работах [4, 5] высказываются

соображения о необходимости учета анизотропии нормальных рейнольдсовых напряжений в предотрывной области турбулентного пограничного слоя, что приводит к появлению в уравнениях пограничного слоя дополнительного члена (так называемые уравнения Ван-Ли [6]) и к соответствующему изменению уравнения Кармана (1).

Не оспаривая этой гипотезы, следует, однако, отметить, что если оценить величину ошибки в определении градиента скорости на внешней границе, которая приводит к наблюдаемым в экспериментах большим невязкам уравнения Кармана (1), то оказывается, что она не так велика и вполне может иметь место при определении градиента скорости на внешней границе слоя по экспериментальным данным для самой скорости.

Таким образом, применение прямого метода решения уравнений турбулентного пограничного слоя при тестировании моделей турбулентности путем сравнения результатов расчетов с экспериментом сопряжено с серьезными “технологическими” трудностями и может приводить к неверным выводам о возможностях рассматриваемых моделей. Этим трудностям можно, однако, избежать, если использовать для тестирования моделей другой подход к решению уравнений пограничного слоя, который принято называть обратным методом [7].

Суть обратного метода состоит в задании из эксперимента не скорости на внешней границе пограничного слоя и ее градиента, а достаточно точно измеряемого в опытах продольного распределения толщины вытеснения пограничного слоя. Тем самым удается избежать сопряженной с большими погрешностями операции определения градиента скорости на внешней границе по экспериментальным данным, так как и сама скорость на внешней границе пограничного слоя и ее градиент в рамках обратного метода являются искомыми величинами и определяются в процессе вычислений. При оценке модели турбулентности они, наряду с остальными расчетными характеристиками пограничного слоя, должны сравниваться с соответствующими экспериментальными данными.

Целью данной работы является демонстрация преимуществ обратного метода по сравнению с прямым и проведение с его помощью детального тестирования как ряда широко известных, так и предложенных сравнительно недавно моделей турбулентности применительно к пограничным слоям с положительным, отрицательным и знакопеременным градиентами давления.

Постановка задачи и метод расчета. Система уравнений турбулентного пограничного слоя на

плоской или осесимметричной поверхности в случае течения несжимаемой жидкости имеет вид [1]

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{r^{-\alpha}}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(r^\alpha (\mu + \mu_T) \frac{\partial u}{\partial y} \right) + U_e \frac{dU_e}{dx}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(r^\alpha u)}{\partial x} + \frac{\partial(r^\alpha v)}{\partial y} = 0.$$

Здесь x, y и u, v – продольная и поперечная координаты и составляющие скорости; ρ – плотность; μ и μ_T – молекулярная и турбулентная вязкость; $\alpha = 0$ для плоского и $\alpha = 1$ для осесимметричного течений; r – расстояние от рассматриваемой точки до оси симметрии.

На твердой стенке в качестве граничных условий к системе (2) задаются условия прилипания для продольной и непроницаемости – для поперечной составляющей вектора скорости. Как уже отмечалось, при использовании прямого метода решения (2) в качестве второго граничного условия для продольной составляющей скорости задается ее распределение вдоль внешней границы $U_e(x)$, измеренное в опытах, а градиент скорости, входящий в (2), определяется путем того или иного приближенного способа дифференцирования этого экспериментального распределения. Как правило, из эксперимента известны значения U_e только в отдельных, достаточно далеко отстоящих друг от друга точках, что, очевидно, делает эту процедуру крайне неточной и, кроме того, существенно зависящей от используемого способа “дифференцирования”.

В обратном методе в качестве недостающего граничного условия из эксперимента задается интегральная толщина вытеснения δ^* или какая-либо другая величина (толщина потери импульса θ , коэффициент трения на стенке C_f). Процедура решения при этом совершенно аналогична методам, применяемым при расчете внутренних течений в рамках приближения узкого канала, когда продольное распределение давления определяется из интегрального условия баланса массы с использованием соответствующей модификации алгоритма прогонки при численном интегрировании уравнения движения [8]. Различие состоит лишь в том, что при решении уравнений пограничного слоя (2) обратным методом задание распределения расхода жидкости через канал заменяется заданием продольного распределения толщины вытеснения пограничного слоя δ^* .

Для численного интегрирования системы (2) использовалась двуслойная неявная конечно-разностная схема первого порядка точности по продольной и второго по поперечной координатам. На каждом шаге по x система разностных уравнений решается с помощью описанной модификации метода прогонки с итерациями по нелинейности.

Модели турбулентности. Рассматриваемые в данной работе модели турбулентности включают алгебраическую модель Себеси–Смита [9] (CS), две так называемые полудифференциальные модели (модель Джонсона–Кинга [10] (JK) и Хортонна [11] (HO)), две дифференциальные модели с одним уравнением для турбулентной вязкости (модель А.Н. Секундова с соавторами [12] (v_T -92) и модель Спаларта–Аллмараса [13] (SA)) и три дифференциальные модели с двумя уравнениями (k - ϵ -модели Лаундера–Шармы [14] (LS) и Чена [15] (CH) и k - ω -модель Ментера [16] (M-SST)).

Алгебраические и полудифференциальные модели построены по классической двуслойной клаузеровской схеме турбулентного пограничного слоя и используют в качестве линейных и скоростных масштабов, определяющих турбулентную вязкость, такие характерные для течений типа пограничного слоя величины, как толщина пограничного слоя δ , толщина вытеснения δ^* , скорость на внешней границе пограничного слоя U_e , динамическая скорость $v_* = (\tau_w/\rho)^{1/2}$ и др., что затрудняет, а иногда и исключает возможность их применения для расчета течений сложной геометрии. С этой точки зрения дифференциальные модели [12–16] являются более универсальными.

Все перечисленные модели, за исключением модели Хортонна [11], достаточно широко известны и подробно описаны в ряде работ. Поэтому сформулируем лишь основные соотношения модели Хортонна, согласно которой турбулентная вязкость определяется по формуле

$$v_T = v_{TO} \text{th}(v_{TI}/v_{TO}) [1 + (0.17y/\delta^*)^{6.75}]^{-1}. \quad (3)$$

Здесь величины v_{TI}, v_{TO}, p^+ и демпфирующий множитель D определяются соотношениями

$$v_{TI} = (\kappa y D)^2 \frac{\tau}{\tau_w} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|, v_{TO} = \sigma(x) k U_e \delta^*,$$

$$D = 1 - \exp\left(-\frac{y v_* (1 - b p^+)^{1/2}}{v A}\right),$$

$$p^+ = \frac{v U_e \partial U_e}{v_*^3 \partial x},$$

а параметр σ находится из решения следующего обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\delta \frac{d(as)}{dx} = C_1 s (1 - a),$$

где δ – толщина пограничного слоя, определяемая по уровню $u/U_e = 0.995$, $a = \sigma^{0.69}$, а величина $s(x)$ определяется по формуле

$$s = \left(\frac{\delta^* \partial u}{U_e \partial y} \right)_{y=0.5\delta^*}^{0.69}.$$

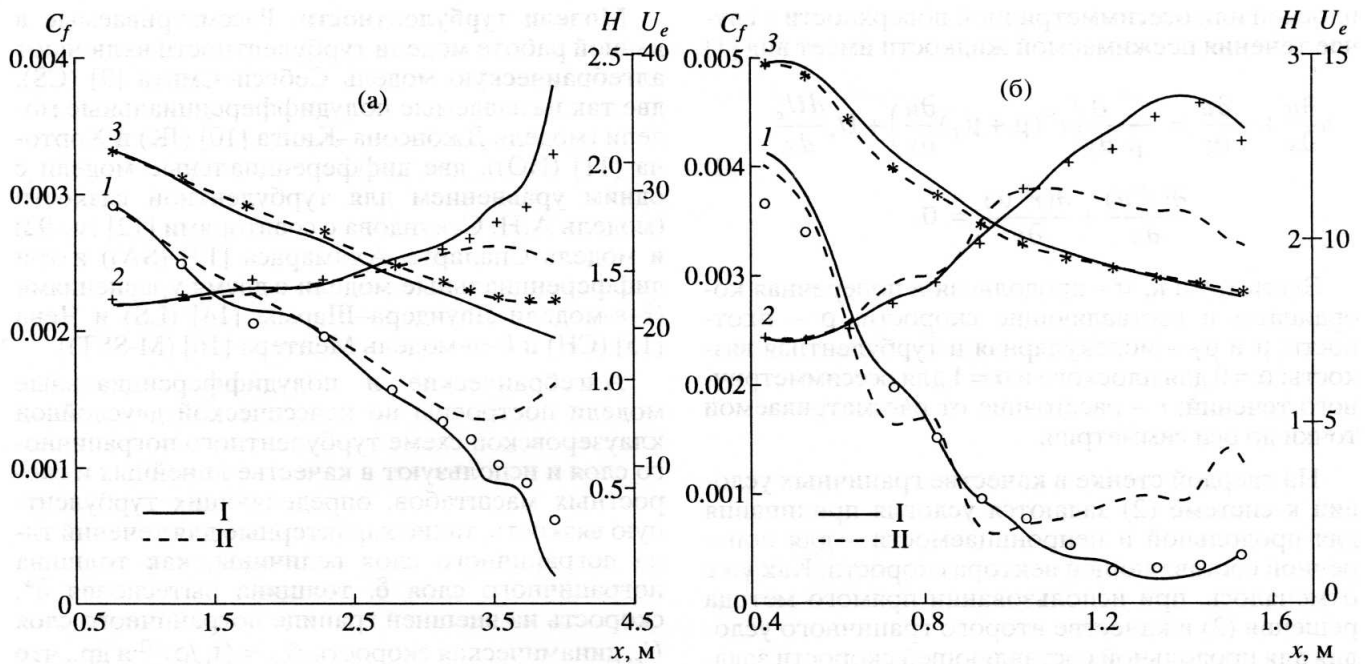


Рис. 1. Сравнение прямого и обратного методов решения уравнений пограничного слоя при использовании модели M-SST на примере опытов 1200 (а) и ДФ (б): I – обратный метод; II – прямой метод. 1 – продольное распределение коэффициента трения C_f , 2 – формпараметра H , 3 – скорости на внешней границе пограничного слоя U_e . Кривые – расчет, точки – экспериментальные данные.

Константы модели равны: $\kappa = 0.41$, $A = 26$, $k = 0.018$,

$$b = \begin{cases} 14.76 & \text{при } p^+ \geq 0, \\ 12.60 & \text{при } p^+ < 0, \end{cases} \quad C_1 = \begin{cases} 0.5 & \text{при } \sigma > 0, \\ 0.14 & \text{при } \sigma \leq 0. \end{cases}$$

Сравнение прямого и обратного методов. Для сравнения возможностей прямого и обратного методов решения уравнений пограничного слоя при тестировании моделей турбулентности были выбраны два типичных течения в пограничных слоях при наличии положительного градиента давления, экспериментально исследованные в опытах Людвига–Тильмана (см. труды Стэнфордской конференции [2]) и Дэнжеля–Фернгольца [17]. В первой из них (опыт 1200) рассматривалось течение около плоской, а во второй – осесимметричной поверхности. Расчеты этих двух течений были выполнены как с помощью прямого, так и обратного методов с использованием модели M-SST, которая, по имеющимся в литературе данным, обеспечивает достаточно точное описание пограничных слоев с положительным градиентом давления.

Параметры потока, определяющие течение ($U_e(x)$ – для прямого метода и $\delta^*(x)$ – для обратного) задавались из эксперимента без какого-либо сглаживания, а интерполяция экспериментальных данных на расчетную сетку осуществлялась с помощью кубических сплайнов. При этом производная от скорости на внешней границе погра-

ничного слоя, задание которой необходимо в прямом методе, определялась аналитически путем дифференцирования сплайна.

Результаты расчетов, представленные на рис. 1, достаточно наглядно иллюстрируют характер и масштабы различий между прямым и обратным подходами к решению уравнений пограничного слоя. В частности, из анализа этих результатов следуют диаметрально противоположные выводы о возможностях рассматриваемой модели турбулентности. Так, согласно прямому методу, M-SST модель не способна правильно предсказать характеристики пограничного слоя при приближении к точке отрыва, в то время как результаты, полученные с помощью этой модели обратным методом (в том числе и продольное распределение скорости), вполне удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными во всей области течения. Отметим, что выбранный способ “восстановления” градиента скорости на внешней границе пограничного слоя по экспериментальным данным (с помощью сплайнов) не является единственным, и с помощью других способов, по-видимому, может быть достигнуто существенное улучшение согласования расчета прямым методом с экспериментом для рассмотренных течений. Однако приведенные примеры убедительно свидетельствуют о том, что в рамках обратного метода подобной проблемы не возникает, что, очевидно, делает его более объективным

Таблица

Обозначение	Тип течения	Авторы
2700	Отрицательный градиент давления	Herring, Norbury [2]
0141	Положительный градиент давления	Samuel, Joubert [18]
3300	Положительный градиент давления	Bradshaw [2]
4800	Положительный градиент давления	Schubauer, Spangenberg [2]
ТМ	Знакопеременный градиент давления	Tsuji, Morikawa [19]
1200	Положительный градиент давления (предотрывное течение)	Ludweig, Tillman [2]
0431	Знакопеременный градиент давления (предотрывное течение)	Simpson, Chew, Shivaprasad [3]
ДФ	Положительный градиент давления (осесимметричное предотрывное течение)	Dangel, Fernholz [17]

инструментом для тестирования моделей турбулентности. Ниже приводятся результаты такого тестирования для достаточно широкого класса турбулентных пограничных слоев с градиентом давления.

Результаты тестирования моделей турбулентности. Для оценки возможностей перечисленных выше восьми моделей турбулентности был выбран ряд экспериментальных исследований плоских и осесимметричных турбулентных пограничных слоев, в которых представлены достаточно полные и надежные результаты измерений основных характеристик течения в широком диапазоне изменения параметров на внешней границе слоя. Список рассмотренных течений с их краткой характеристикой приведен в таблице. Часть экспериментальных данных заимствовалась из трудов Стэнфордской конференции [2] (в таблице соответствующим опытам присвоены те же обозначения, что и в [2]). Остальные экспериментальные данные были взяты из оригинальных ра-

бот, ссылки на которые также приведены в таблице.

Результаты выполненных расчетов представлены на рис. 2–10.

Как и следовало ожидать, результаты расчета течения с умеренным благоприятным градиентом давления (опыт 2700) слабо чувствительны к используемой модели турбулентности и в целом достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными (см. рис. 2). Наибольшее расхождение между моделями имеет место при расчете продольного распределения коэффициента трения. Среди алгебраических и полудифференциальных моделей наилучшее согласование с экспериментом по этому параметру обеспечивает простейшая из моделей этой группы модель CS (см. рис. 2а). Обе дифференциальные модели с одним уравнением (v_T -92 и SA-модели) дают результаты, очень близкие друг к другу (можно отметить лишь некоторое незначительное преимущество модели v_T -92) и заметно превосходят по

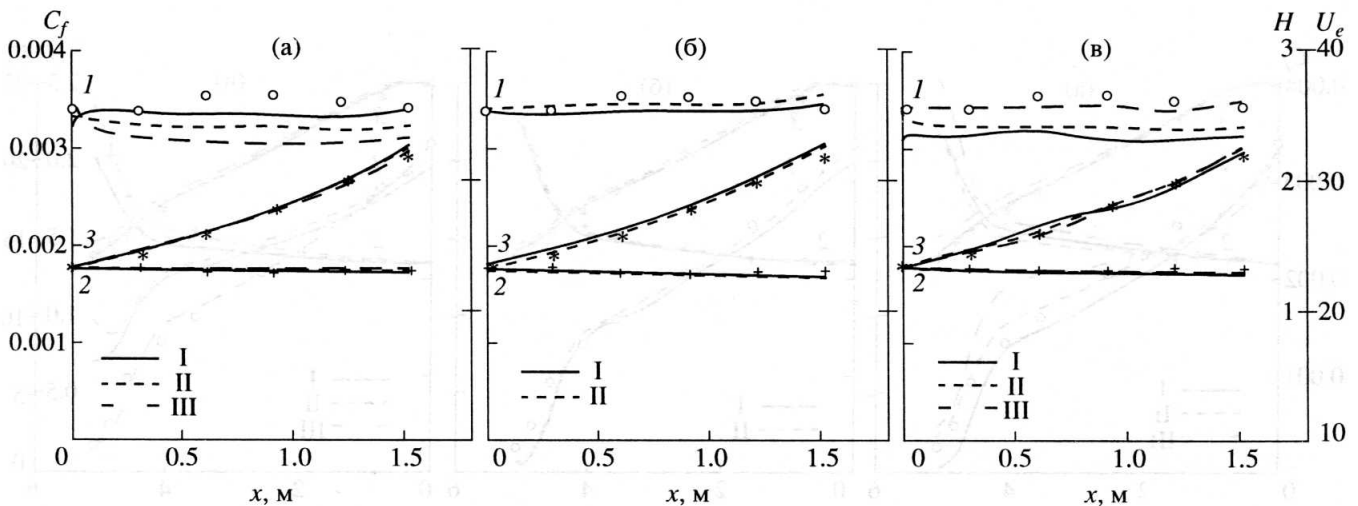


Рис. 2. Сопоставление результатов расчетов с данными опыта 2700: а – модели CS (I), HO (II) и JK (III); б – SA (I) и v_T -92 (II); в – LS (I), CH (II), M-SST (III). 1–3 – то же, что и на рис. 1. Кривые – расчет, точки – экспериментальные данные.

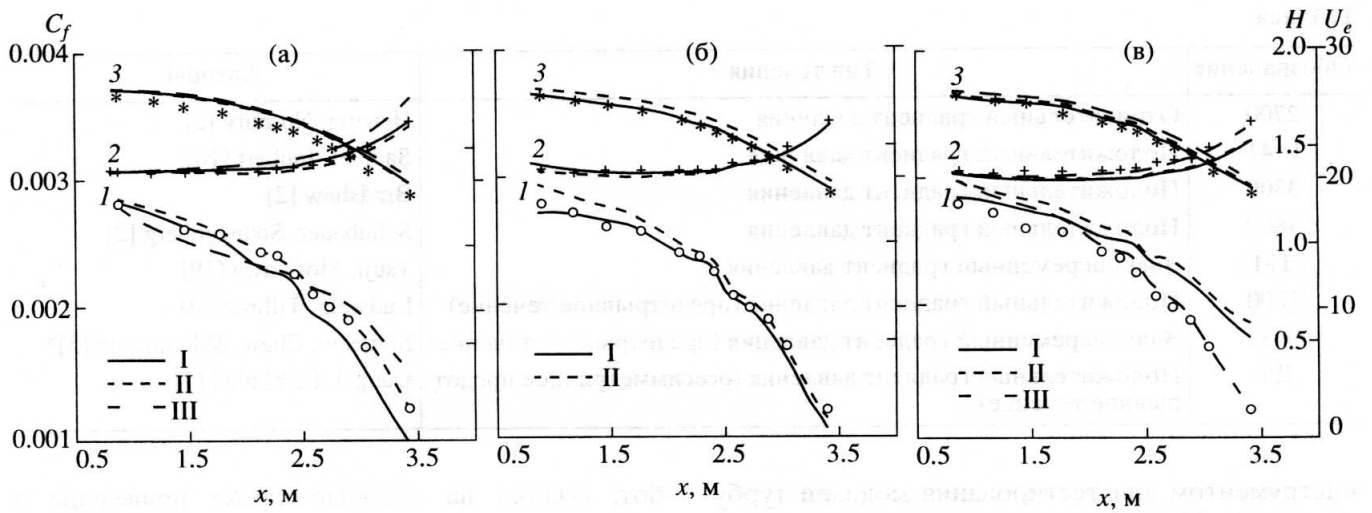


Рис. 3. Сопоставление результатов расчетов с данными опыта 0141. Обозначения те же, что и на рис. 2.

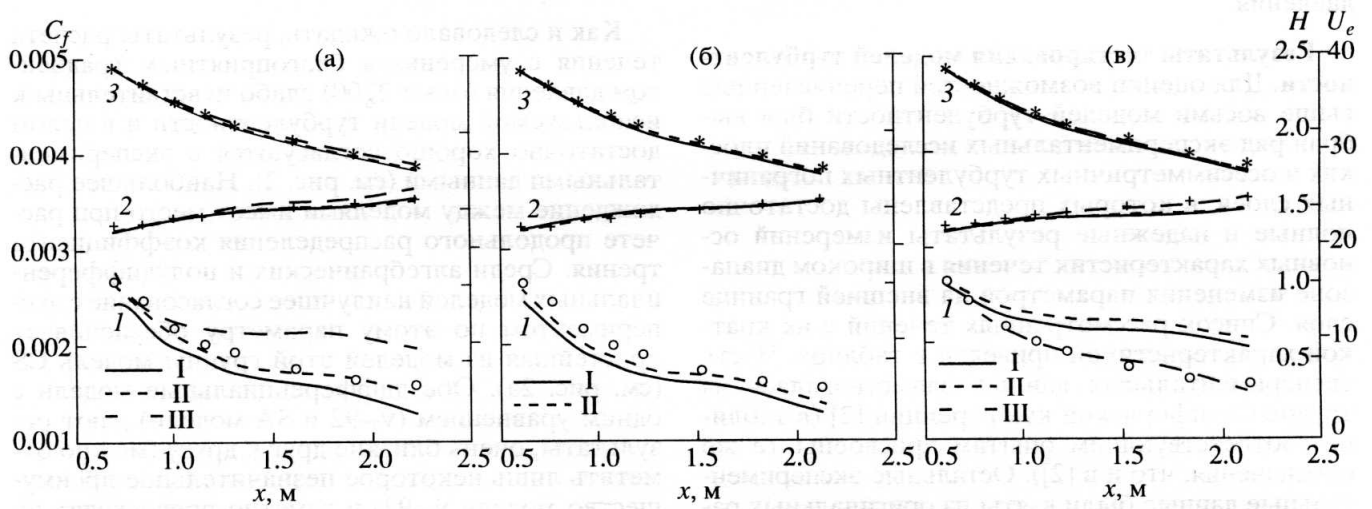


Рис. 4. Сопоставление результатов расчетов с данными опыта 3300. Обозначения те же, что и на рис. 2.

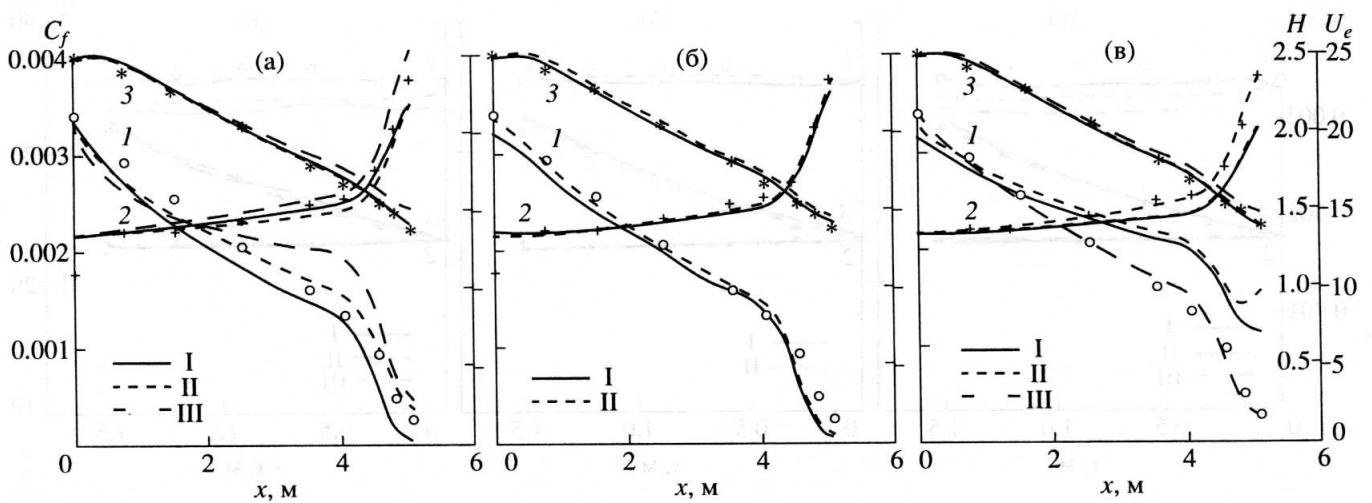


Рис. 5. Сопоставление результатов расчетов с данными опыта 4800. Обозначения те же, что и на рис. 2.

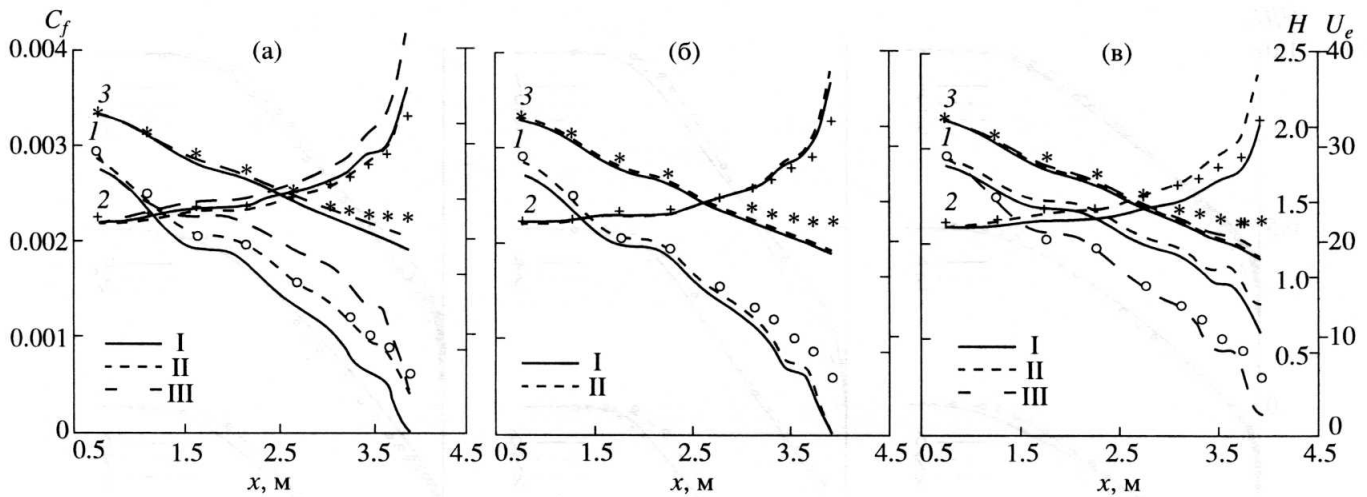


Рис. 6. Сопоставление результатов расчетов с данными опыта 1200. Обозначения те же, что и на рис. 2.

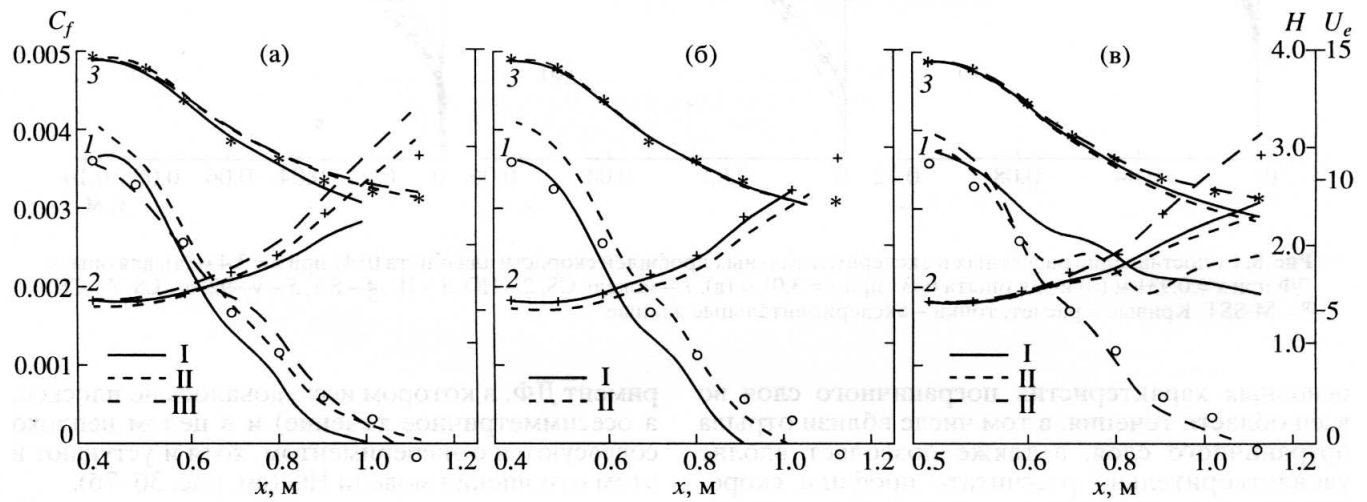


Рис. 7. Сопоставление результатов расчетов с данными опыта ДФ. Обозначения те же, что и на рис. 2.

точности расчета трения все модели первой группы (ср. рис. 2а и 2б). Среди дифференциальных моделей с двумя уравнениями (см. рис. 2в) M-SST-модель имеет преимущество перед моделями группы $k-\epsilon$ (LS- и CH-модели) и вполне сопоставима по точности с моделью ν_T-92 (ср. рис. 2б и 2в). Совсем по-иному обстоит дело при расчете пограничных слоев с положительным (неблагоприятным) градиентом давления. Прежде чем перейти к анализу полученных при этом результатов, следует напомнить, что, как уже отмечалось во введении, для большинства из них в экспериментах наблюдается более или менее значительное нарушение интегрального уравнения импульсов Кармана (1), и именно по этой причине данные экспериментов 1200 и 0431 в последнее время не используются для тестирования моделей турбулентности (см., например, [20]). Приводимые ниже результаты

свидетельствуют о том, что при использовании обратного метода решения уравнений пограничного слоя указанный “дефект” этих экспериментов не играет существенной роли и проявляется лишь в некотором рассогласовании расчетных и экспериментальных распределений скорости на внешней границе пограничного слоя, которое вполне может объясняться причинами, указанными в начале данной работы.

Результаты расчетов, относящиеся к пограничным слоям с положительным градиентом давления, представлены на рис. 3–7. Их анализ позволяет сделать следующие выводы.

Среди алгебраических и полудифференциальных моделей во всех рассмотренных случаях существенное преимущество имеет модель НО (см. рис. 3а–7а). Она обеспечивает достаточно высокую точность расчета продольных распределений всех

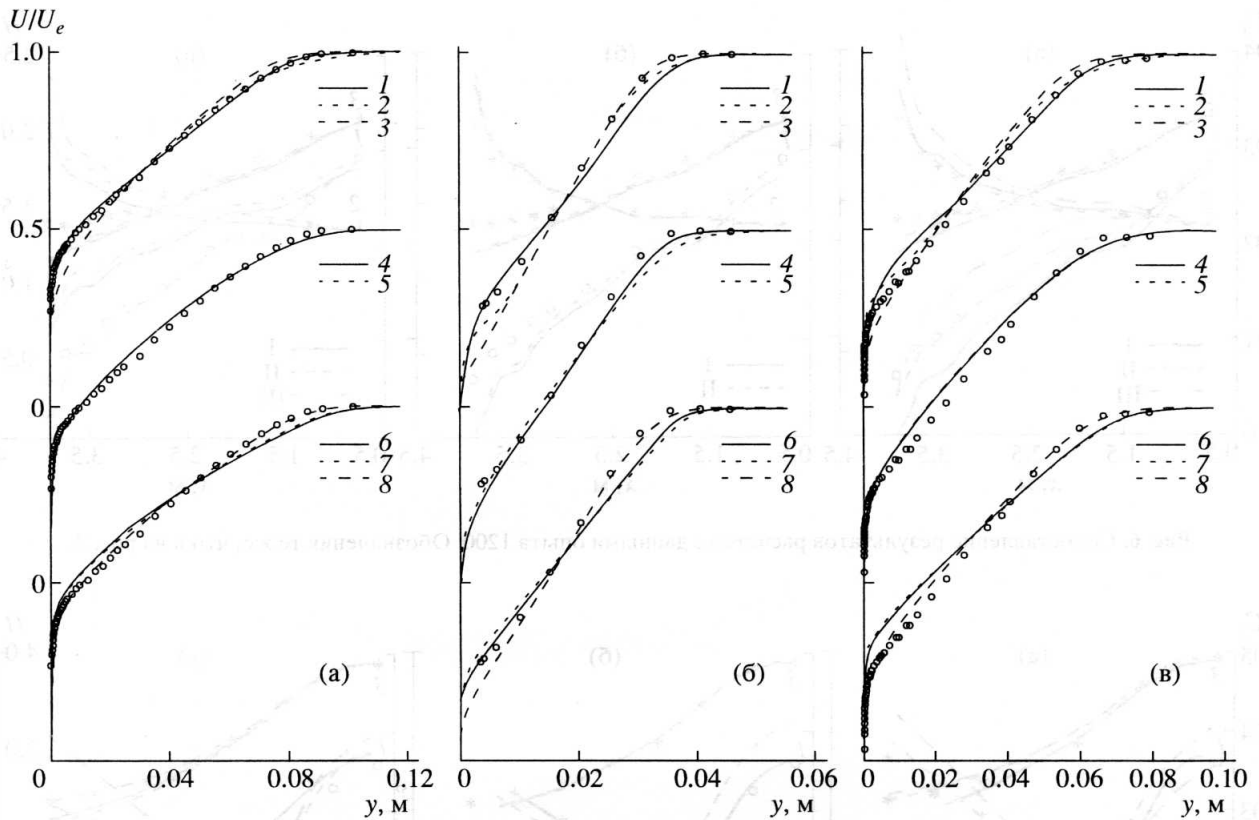


Рис. 8. Сопоставление расчетных и экспериментальных профилей скорости для опыта 0141 при $x = 3.4$ м (а), для опыта ДФ при $x = 0.931$ м (б) и для опыта 0431 при $x = 3.01$ м (в). 1 – модель CS, 2 – HO, 3 – JK, 4 – SA, 5 – v_T -92, 6 – LS, 7 – CH, 8 – M-SST. Кривые – расчет, точки – экспериментальные данные.

основных характеристик пограничного слоя во всей области течения, в том числе вблизи отрыва пограничного слоя, а также позволяет вполне удовлетворительно рассчитать профили скорости (рис. 8) в этой наиболее трудной для моделирования области.

Характерным недостатком модели CS являются занижение трения на стенке и соответственно предсказание более раннего, чем в экспериментах, отрыва пограничного слоя. Полулинейная модель JK вначале, напротив, завышает трение, однако затем, при приближении к отрыву, предсказывает его более значительное, чем в эксперименте, уменьшение.

Отмеченные недостатки CS- и JK-моделей проявляются также при расчете профилей скорости в пограничном слое (рис. 8) и, в несколько меньшей степени, при расчете продольного распределения форм параметра пограничного слоя $H = \delta^*/\theta$.

Результаты расчетов с помощью двух рассматриваемых дифференциальных моделей турбулентности с одним уравнением (v_T -92 и SA), как и в случае пограничного слоя с отрицательным градиентом давления, довольно близки друг к другу (некоторое исключение составляет лишь экспе-

римент ДФ, в котором исследовалось не плоское, а осесимметричное течение) и в целом неплохо согласуются с экспериментом, хотя и уступают в этом отношении модели HO (см. рис. 36–76).

Анализ результатов, полученных при расчете пограничных слоев с положительным градиентом давления с помощью дифференциальных моделей турбулентности с двумя уравнениями (рис. 3в–7в), полностью подтверждает выводы многих недавних исследований (см., например, [20, 21]) о непригодности моделей типа k - ϵ для расчета течений данного класса. Во всех рассмотренных случаях модели этой группы (модели LS и CH) сильно завышают трение на стенке в предотрывной области, а в некоторых случаях (опыт 4800, рис. 5в) приводят и к качественно неверному поведению коэффициента трения в окрестности точки отрыва. В отличие от этих моделей k - ω -модель M-SST во всех рассмотренных случаях дает достаточно точные результаты по всем характеристикам пограничных слоев с положительным градиентом давления и оказывается конкурентоспособной с моделью HO, которая, как было показано выше, для данного класса течений является лучшей из группы алгебраических и полулинейных моделей.

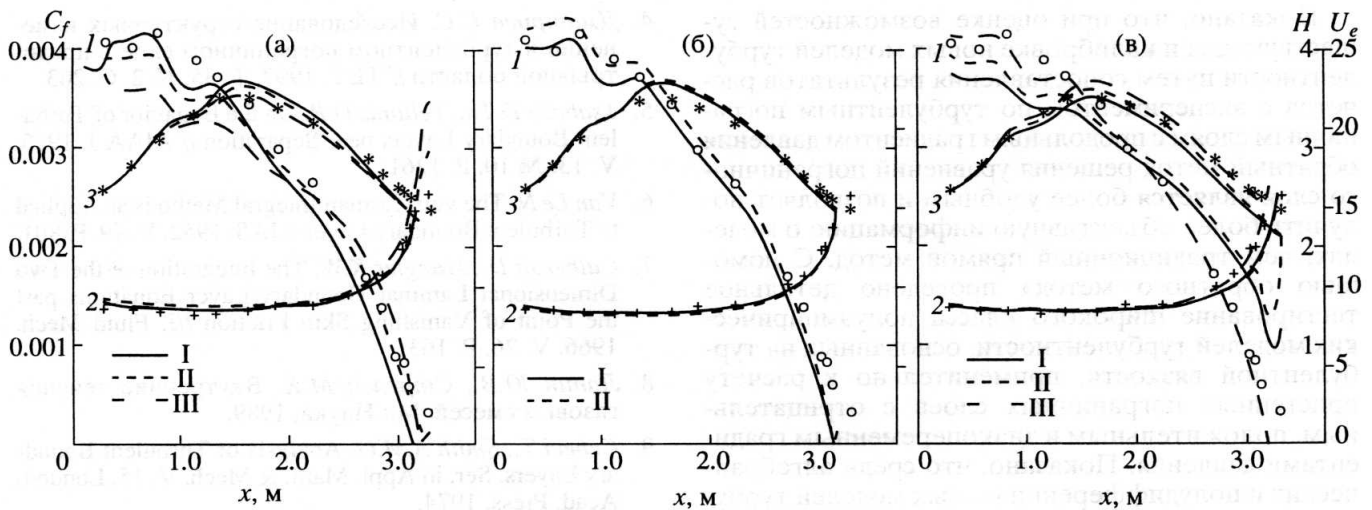


Рис. 9. Сопоставление результатов расчетов с данными опыта 0431. Обозначения те же, что и на рис. 2.

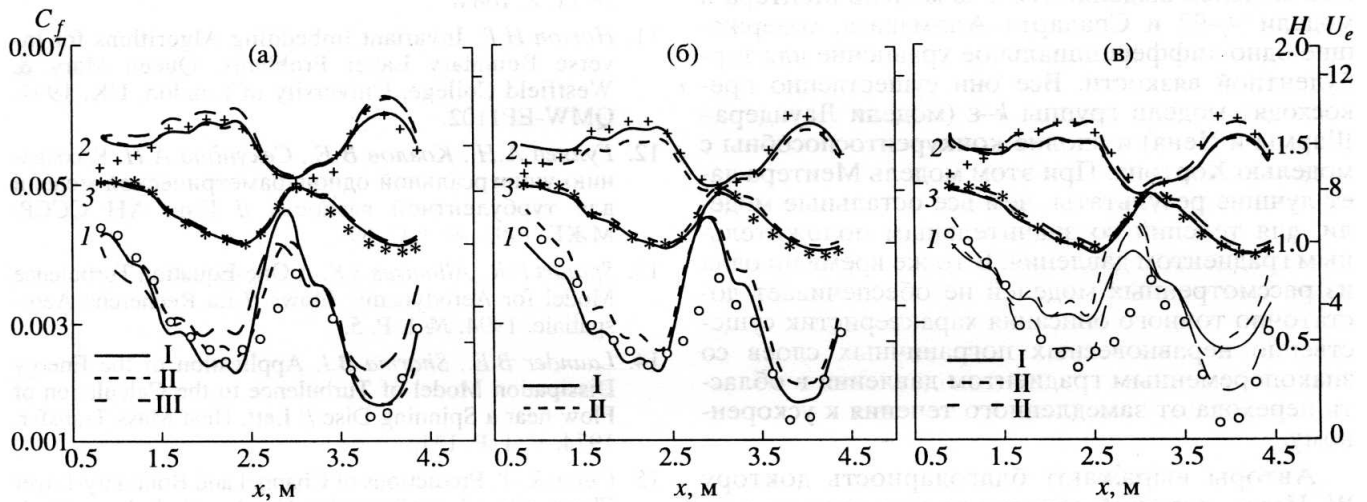


Рис. 10. Сопоставление результатов расчетов с данными опыта ТМ. Обозначения те же, что и на рис. 2.

Рассмотрим результаты расчетов пограничного слоя со знакопеременным градиентом давления (опыты ТМ и 0431, рис. 9, 10). Как и следовало ожидать, эти течения оказались наиболее сложными для расчета, так как для их описания модель турбулентности должна адекватно реагировать на быстрые изменения параметров внешнего потока, когда существенную роль начинают играть эффекты “памяти”, плохо поддающиеся моделированию в рамках полуэмпирических моделей, основанных на турбулентной вязкости. В частности, как видно из рис. 10, в этом случае даже лучшие из рассматриваемых моделей (модели НО, ν_T -92, SA и M-SST), позволяющие вполне удовлетворительно рассчитать характеристики пограничных слоев как с отрицательным, так и с положительным градиентом давления, не способны с

приемлемой точностью описать реакцию потока на смену знака градиента давления с положительного (замедленное течение) на отрицательный (ускоренное течение). Хотя в качественном отношении все модели описывают данный эффект правильно, расхождение результатов расчетов с экспериментом в этой области, например, по коэффициенту трения достигает 20–30%. С другой стороны, эти модели в отличие от остальных позволяют достаточно точно описать изменение характеристик пограничного слоя при обратной смене знака ускорения (переход от ускоренного к замедленному течению) как в опыте ТМ, так и в опыте 0431.

В заключение сформулируем кратко основные результаты проведенных исследований.

Показано, что при оценке возможностей существующих и калибровке новых моделей турбулентности путем сопоставления результатов расчетов с экспериментом по турбулентным пограничным слоям с продольным градиентом давления обратный метод решения уравнений пограничного слоя является более удобным и позволяет получить более объективную информацию о моделях, чем традиционный прямой метод. С помощью обратного метода проведено детальное тестирование широкого класса полуэмпирических моделей турбулентности, основанных на турбулентной вязкости, применительно к расчету пристенных пограничных слоев с отрицательным, положительным и знакопеременным градиентами давления. Показано, что среди алгебраических и полудифференциальных моделей турбулентности, ориентированных на расчет течений типа пограничного слоя, наилучшие результаты дает модель Хортон (3). Среди дифференциальных моделей выделяются $k-\omega$ -модель Ментера и модели v_T-92 и Спаларта-Аллараса, содержащие одно дифференциальное уравнение для турбулентной вязкости. Все они существенно превосходят модели группы $k-\epsilon$ (модели Лаундера-Шармы и Чена) и вполне конкурентоспособны с моделью Хортон. При этом модель Ментера дает лучшие результаты, чем все остальные модели, для течений со значительным положительным градиентом давления. В то же время ни одна из рассмотренных моделей не обеспечивает достаточно точного описания характеристик существенно неравновесных пограничных слоев со знакопеременным градиентом давления в области перехода от замедленного течения к ускоренному.

Авторы выражают благодарность доктору W. Наасе, который обратил их внимание на возможные преимущества обратного метода решения уравнений пограничного слоя перед прямым, что и стимулировало исследования, представленные в данной работе.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 97-02-16492).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987.
2. Coles D.E., Hirst E.A. Computation of Turbulent Boundary Layers – 1968. AFOSR-IFP Stanford Conf. V. II. Stanford Univ., Palo Alto, CA, 1969.
3. Simpson R.L., Chew Y.-T., Shivaprasad B.G. The Structure of a Separating Turbulent Boundary Layer // J. Fluid Mech. 1981. V. 113. P. 23.
4. Димитриев С.С. Исследование структурных изменений в турбулентном пограничном слое в предотрывной области // ТВТ. 1997. Т. 35. № 2. С. 263.
5. Tsahalis D.Th., Telionis D.P. On the Behavior of Turbulent Boundary Layers near Separation // AIAA J. 1975. V. 13. № 10. P. 1261.
6. Van Le N. The von Karman Integral Methods as Applied to Turbulent Boundary Layer // JAS. 1952. V. 19. P. 801.
7. Catherall D., Mangler K.W. The Integration of the Two Dimensional Laminar Boundary-Layer Equations past the Point of Vanishing Skin Friction // J. Fluid Mech. 1966. V. 26. P. 163.
8. Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. М.: Наука, 1989.
9. Cebeci T., Smith A.M.O. Analysis of Turbulent Boundary Layers. Ser. in Appl. Math. & Mech. V. 15. London: Acad. Press, 1974.
10. Johnson D.A., King L.S. A Mathematically Simple Turbulence Closure Model of Attached and Separated Turbulent Boundary Layers // AIAA Journal. 1985. V. 23. № 11. P. 1684.
11. Horton H.P. Invariant Imbedding Algorithms for Inverse Boundary Layer Problems. Queen Mary & Westfield College, University of London, UK. 1994. QMW-EP1102.
12. Гуляев А.Н., Козлов В.Е., Секундов А.Н. К созданию универсальной однопараметрической модели для турбулентной вязкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1993. № 4. С. 69.
13. Spalart P.R., Allmaras S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows // La Recherche Aerospaciale. 1994. № 1. P. 5.
14. Launder B.E., Sharma B.I. Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow near a Spinning Disc // Lett. Heat Mass Transfer. 1974. V. 1. P. 131.
15. Chien K.-Y. Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model // AIAA J. 1982. V. 20. № 1. P. 33.
16. Menter F.R. Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows // AIAA Paper. 1993.
17. Samuel A.E., Joubert P.N. A Boundary Layer Developing in an Increasingly Adverse Pressure Gradient // J. Fluid Mech. 1974. V. 66. P. 481.
18. Tsuji Y., Morikawa Y. Turbulent Boundary Layer with Pressure Gradient Alternating in Sign // Aeronautical Quarterly. 1976. V. 27. № 1. P. 15.
19. Dengel P., Fernholz H.H. An Experimental Investigation of an Incompressible Turbulent Boundary Layer in the Vicinity of Separation // J. Fluid Mech. 1990. V. 212. P. 615.
20. Wilcox D.C. Comparison of Two-Equation Turbulence Models for Boundary Layers with Pressure Gradient // AIAA Journal. 1993. V. 31. № 8. P. 1414.
21. Bradshaw P., Launder B.E., Lumley J.L. Collaborative Testing of Turbulence Models // AIAA Paper. 1991.